

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ЖУРНАЛ
ПРИКЛАДНОЙ
МЕХАНИКИ
И ТЕХНИЧЕСКОЙ
ФИЗИКИ
3

(Отдельный оттиск)



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
Новосибирск • 1985

ОБНАРУЖЕНИЕ УЕДИНЕННЫХ ВОЛН НОВОГО ТИПА В ОДНОМЕРНОЙ ЗЕРНИСТОЙ СРЕДЕ

А. Н. Лазариди, В. Ф. Нестеренко

(Новосибирск)

В [1] с помощью численных расчетов цепочки частиц, взаимодействующих по закону Герца, найдены уединенные волны нового типа. Проведенный анализ дифференциального уравнения, являющегося длинноволновым приближением для этой системы, также показал, что при определенных условиях существуют стационарные уединенные волны, согласующиеся с численными расчетами дискретной цепочки. Полученное в [1] нелинейное уравнение является более общим, чем уравнение Кортевега-де Вриза (КдВ), учитывающее в первом приближении эффекты нелинейности и дисперсии для широкого класса физических систем [2].

Особенностью исследуемой системы частиц является то, что закон взаимодействия между ними не содержит линейной составляющей даже в нулевом приближении. Данному взаимодействию для одномерной цепочки

или простой кубической упаковки соответствует уравнение состояния среды (для одноосного статического сжатия) вида

$$\sigma = E\varepsilon^{3/2}/[3(1 - \nu^2)]_x$$

где σ — напряжение; ε — деформация; E , ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала частиц. Легко видеть, что длинноволновая скорость звука в среде, описываемой приведенным выше уравнением состояния,

$$c_0^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = \frac{E\varepsilon^{1/2}}{2\rho(1 - \nu^2)}$$

(ρ — плотность среды). При $\varepsilon = 0$, т. е. в не нагруженной внешней силой цепочке, $c_0 = 0$. Поэтому при начальной нулевой деформации системы стандартное волновое уравнение неприменимо для описания возмущений любой амплитуды.

На основе обычного подхода в этом случае можно ожидать, что, например, при ударе по такой системе поршнем с любой скоростью в ней будет формироваться ударная волна, если присутствуют диссипативные процессы. Однако, как показано численными расчетами в [1], при действии треугольного импульса на одном из концов данной цепочки происходит распад начального возмущения на последовательность уединенных импульсов.

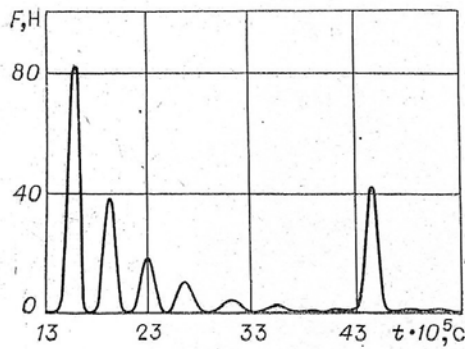
Для сравнения с экспериментом более удобно рассмотреть нагружение данной системы ударом поршня конечной массы. При этом параметром, который определялся в численном счете, а затем сравнивался с экспериментом, являлась реакция на жесткую стенку, на которую опирался конец цепочки, противоположный тому, по которому проводился удар. Взаимодействие между поршнем и первой частицей, между последней частицей и стенкой также выбиралось исходя из закона Герца. В численном счете осуществлялся контроль энергии и импульса с точностью соответственно 10^{-2} и $10^{-5}\%$. Оценка относительной ошибки определения скоростей частиц дает величину порядка $10^{-2}\%$. Расчет проводился по схеме Рунге — Кутты четвертого порядка с шагом по времени $0,25 \cdot 10^{-5}$ с. Масса поршня выбиралась равной пяти массам частиц. Константы в законе взаимодействия полагались равными $E = 2 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0,29$, что соответствует свойствам сталей. Скорость поршня 0,5 м/с, величина диаметра частиц $2R = 4,75 \cdot 10^{-3}$ м, плотность их материала $\rho_0 = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

На фиг. 1, 2 приведены зависимости силы F между плоскостью и последней частицей при их числе $N = 20$ и 40 соответственно. За нулевой момент времени выбрано начало взаимодействия поршня с цепочкой. Из фиг. 1, 2 видно, что начальное возмущение распадается на ряд уединенных волн. Появление одиночного импульса в момент времени $t = 4,3 \cdot 10^{-4}$ с на фиг. 1 соответствует приходу на нижнюю стенку отраженной волны от поршня. В численных расчетах наблюдался стационарный характер распространения образовавшихся уединенных волн. Увеличение массы поршня приводит к росту числа этих волн.

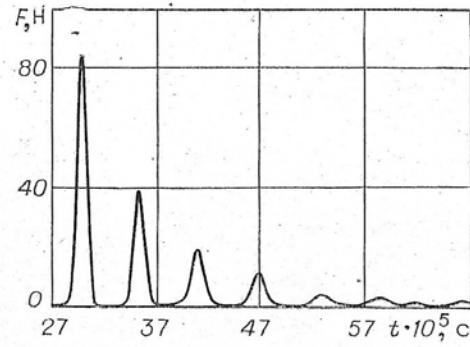
Анализ показывает, что зависимость фазовой скорости солитона V от величины массовой скорости в максимуме v_m , найденная из численных расчетов, в пределах их точности совпадает с зависимостью для стационарной уединенной волны нелинейного уравнения, полученного в [1] (при начальной деформации системы, много меньшей по сравнению с деформацией в максимуме солитона):

$$V = \left(\frac{2E}{(1 - \nu^2)\pi\rho_0} \right)^{2/5} \left(\frac{16}{25} v_m \right)^{1/5}.$$

Данная зависимость $V(v_m)$, очевидно, отличается от линейной для солитона уравнения КдВ и не может быть получена из последнего. По нашему мнению, наличие солитонных решений нелинейного уравнения, найденного в [1], при сколь угодно малой, но конечной начальной дефор-



Фиг. 1



Фиг. 2

мации системы с физической точки зрения эквивалентно возможности распространения уединенных волн в ненагруженной цепочке частиц.

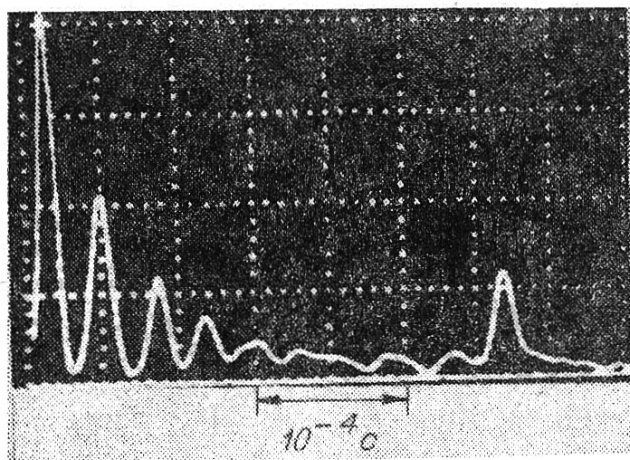
Характерный пространственный размер уединенных волн в численном счете в диапазоне массовых скоростей, удовлетворяющих условиям применения закона Герца (< 10 м/с), практически не зависит от амплитуды возмущения и равен $10R$, т. е. стационарный солитон формируется в основном движением пяти частиц. Скорость крайних частиц составляет величину порядка 1% от скорости центральной частицы. Отмеченные свойства существенно отличаются от свойств солитонов уравнения КдВ [2].

Были проведены эксперименты, соответствующие численной постановке об ударе поршнем, приведенной выше. Для создания одномерной системы частиц использовалась кварцевая трубка с внутренним диаметром 5 мм, в которой вертикально размещалась цепочка шариков диаметром 4,75 мм из стали ШХ-15. Цепочка опиралась на диск из закаленной ($HRC = 40$) стали 30ХГСА толщиной 2 мм, не соприкасающийся с кварцевой трубкой. Под этим диском склеенная с ним эпоксидной смолой располагалась таблетка из ЦТС-19, служившая пьезоэлектрическим преобразователем силы, действующей на стальной диск. Данная таблетка в свою очередь размещалась на латунном стержне длиной 200 мм, залитом эпоксидной смолой и заключенном в медный корпус. Эта конструкция датчика силы позволяет избежать влияния отраженных волн в стержне, что специально проверялось в отдельных опытах. Сигнал с пьезоэлектрического преобразователя снимался с помощью медного электрода, напаянного на верхнюю часть таблетки из ЦТС-19, которая своей нижней частью была припаяна к латунному стержню. Калибровка измерительной схемы ($rC = 0,25$ с) проводилась ударом одиночного шарика с последующим сопоставлением измеренной симметричной зависимости напряжения от времени с рассчитанной по закону Герца. Осциллограф С8-17, используемый в данных экспериментах, работал в режиме внутреннего запуска от рабочего сигнала.

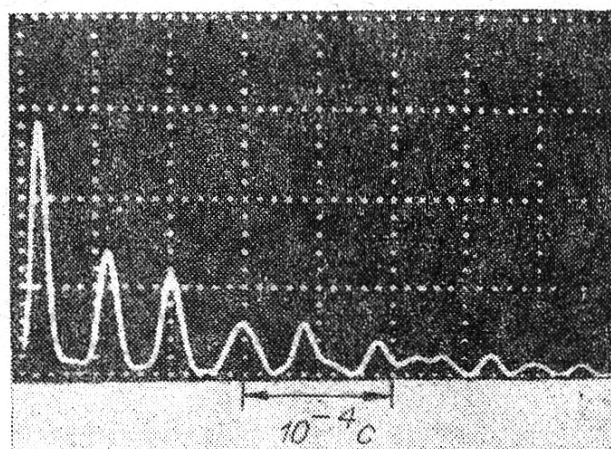
На фиг. 3, 4 показана экспериментальная зависимость силы, действующей на нижний диск, от времени соответственно для числа частиц $N = 20$ и 40. Масштаб по вертикали равен 18,3 Н на большое деление. В

таблице приведены амплитуды и временные параметры импульсов, усредненные по четырем экспериментам, а также данные численных расчетов. Величины τ_{12} , τ_{13} , τ_{14} — интервалы времени между максимумом первого солитона и соответствующих последующих. Величины

Временные интервалы и амплитуды импульсов	N=20		N=40	
	Эксперимент	Численный счет	Эксперимент	Численный счет
τ_{12} , мкс	35	37,5	48	55
τ_{13} , мкс	72	72,5	91	110
τ_{14} , мкс	105	110	135	170
F_1 , Н	71	83	52	85
F_2 , Н	40	39	24	39
F_3 , Н	21	19	18	20
F_4 , Н	10	11	11	11



Фиг. 3



Фиг. 4

$F_1 - F_4$ равны амплитудам импульсов от первых четырех солитонов. Относительная ошибка измерения для значений $F_1 - F_4$ не превышает 17%, для временных интервалов $\tau_{12}, \tau_{13}, \tau_{14} - 7\%$.

Из сравнения фиг. 1, 3 и данных таблицы видно, что существует качественное и количественное согласие между амплитудами уединенных волн, их числом и временными параметрами при $N = 20$. При $N = 40$ в эксперименте наблюдается качественная картина, полностью аналогичная численному счету (см. фиг. 2 и 4), но амплитуды уединенных волн (F_1, F_2) в опытах существенно меньше теоретических (см. таблицу) из-за наличия диссипативных процессов, не учитываемых в расчете. Вследствие этого в данном случае наблюдается также значительная разница во временных интервалах $\tau_{12} - \tau_{14}$.

Таким образом, в экспериментах обнаружены уединенные волны нового типа, согласующиеся с численными расчетами дискретной цепочки частиц.

Рассмотренный пример является единственным известным нам случаем наблюдения уединенных волн, когда скорость распространения в системе длинноволновых звуковых возмущений равна нулю. Солитоны в этом случае выполняют роль элементарных стационарных возбуждений.

Авторы благодарят Н. Г. Анникову за помощь в проведении численных расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестеренко В. Ф. Распространение нелинейных импульсов сжатия в зернистых средах. — ПМТФ, 1983, № 5.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977.

Поступила 11/IV 1984 г.